

Un sistema software per l'analisi della sequenza delle giornate negli affreschi

Carla Bertorello, Luciana Bordoni, Attilio Colagrossi,
Giovanna Martellotti, Claudio Seccaroni

Carla Bertorello

Laureata in Architettura presso il Politecnico di Torino nel 1976; nel 1980 ha conseguito il diploma di Restauratore presso l'Istituto Centrale del Restauro di Roma nel settore dipinti. Esercita la professione di restauratore dal 1982 come socio della Cooperativa C.B.C. Conservazione Beni Culturali che ha sede a Roma.

Luciana Bordoni

Laureata in Matematica nel 1977, svolge la propria attività nei settori dell'elaborazione dei dati, delle basi di dati, del trattamento dell'informazione. Attualmente lavora nell'Unità Documentazione ed Elaborazione Dati della Funzione Centrale Studi dell'ENEA.

Attilio Colagrossi

Laureato in Matematica nel 1977, è funzionario della Presidenza del Consiglio e collabora con lo IASI-CNR presso cui svolge ricerche su metodi avanzati di deduzione automatica per il calcolo algebrico e simbolico. Dal 1990 è docente del corso di Fondamenti di Informatica presso le Università «La Sapienza» e Roma Tre.

Giovanna Martellotti

Restauratrice diplomata nel 1977 presso l'Istituto Centrale del Restauro di Roma nel settore dipinti. Opera dallo stesso anno come socio della Cooperativa C.B.C. Conservazione Beni Culturali che ha sede a Roma.

Claudio Seccaroni

Laureato in Ingegneria chimica nel 1984. Attualmente lavora nell'Unità Salvaguardia del Patrimonio Artistico dell'ENEA.

1. Introduzione

L'analisi delle giornate di esecuzione e la loro resa grafica è ormai da tempo entrata a far parte della documentazione di un corretto intervento di restauro di affreschi. I dati che se ne ricavano, spesso ovvi e ininfluenti per dipinti di piccole dimensioni, possono assumere rilevanza notevole nel caso di decorazioni pittoriche complesse, in cui la ricostruzione di una sorta di cronologia interna può essere di utile confronto con dati documentari e interpretazioni stilistiche. Ma è anche vero che, proprio nel caso di decorazioni complesse, si avverte con maggiore urgenza la necessità, da un lato di un controllo scientifico della coerenza del rilevamento, dall'altro dello sviluppo di un sistema di elaborazione dei dati e di una rappresentazione più soddisfacente della successione esecutiva della pittura.

La definizione e la messa a fuoco dei problemi concernenti l'ordinamento in sequenza delle giornate di esecuzione è stata oggetto di una precedente analisi dettagliata, condotta all'interno dell'Istituto Centrale per il Restauro e presentata alla seconda Conferenza sulle analisi non distruttive, cui si rimanda per i concetti di base.^[1] Tuttavia non sembra inutile ripercorrere le modalità pratiche con cui il restauratore rileva le giornate, le difficoltà che può incontrare, i modi in cui le supera; è infine necessario sottolineare la scarsa leggibilità di ciò che in genere fornisce come prodotto finale della sua indagine.

Con una buona illuminazione radente si individuano, con maggiore o minore facilità a seconda della tecnica di stesura, le

giunzioni tra una porzione di intonaco e quelle adiacenti; in una prima fase quindi si riportano su un grafico di base le linee di giunzione tra i diversi settori, a partire da quelle più chiaramente visibili, cercando via via di chiudere le linee stesse in modo da circoscrivere credibili porzioni di intonaco. Alcune giunzioni, perfettamente visibili per un tratto, sembrano poi scomparire all'improvviso o confondersi in più possibili andamenti. Nella graficizzazione si tende a segnare con una linea tratteggiata giunti o settori di giunti sul cui andamento non vi è certezza. In questo caso la scelta del tracciato segue in genere la regola della massima semplicità, si tratta cioè di una sorta di *lectio facillior* all'interno dei diversi tracciati verosimili.

All'indicazione dei giunti si aggiungono poi via via i versi di sovrapposizione tra porzioni adiacenti di intonaco; la resa grafica è in genere affidata a frecce orientate dalla giornata sovrapposta/successiva a quella sottostante/precedente. In questa fase dell'indagine il margine di errore o almeno di incertezza può diventare assai ampio; esso dipenderà in particolare dal modo in cui l'intonaco è steso e schiacciato lungo le giunzioni, dall'uso o meno di stesure composte nella pittura, dalla presenza di lamine metalliche ecc.; la lettura è ad esempio particolarmente complessa lungo spigoli ed angoli.

Nel segnare i versi di sovrapposizione delle giornate la cosa più complicata è controllare via via la coerenza delle frecce che si dispongono sul rilievo grafico; individuare cioè le situazioni impossibili in cui "il serpente si morde la coda": una giornata sta su un'altra, che sta su un'altra, ..., che sta sulla prima. Questa situazione, abbastanza tipi-

ca, sarà trattata più oltre con il termine *loop* o *ciclo*, proprio del linguaggio informatico.

Procedendo a segnare giunti e versi si riesce anche ad individuare una o più logiche che sottendono alla stesura delle giornate; è ovvio infatti che l'andamento di queste sarà strettamente collegato ai vincoli imposti dai ponteggi, ai modelli compositivi, ai metodi adottati per la costruzione o la trasposizione del disegno, nonché ai modi stessi della stesura del colore.

Con l'aumentata esperienza, basata sull'aver analizzato numerosi affreschi di epoche diverse, il restauratore riesce ad intuire le motivazioni di molte delle soluzioni tecniche adottate nel cantiere dell'affresco; vi individua cioè una sorta di *norma* e talvolta riesce a spiegarsi ciò che da tale norma si discosta. Per esempio isola quelle piccole giornate che, sovrapponendosi a tutte le altre, si possono considerare vere e proprie correzioni, eseguite in uno stadio avanzato dell'esecuzione; si può rendere conto che giornate di forma particolarmente strana spesso non sono che residui di giornate più grandi, dipinte e poi smantellate parzialmente per dar luogo a mutamenti nella composizione o nel disegno.

Il prodotto finale di tanti ragionamenti è un grafico, in cui si visualizzano abbastanza immediatamente forma e dimensioni, in alcuni casi la logica delle giornate (ad esempio giunzioni riferibili a pontate, giornate delle cornici architettoniche ecc.); si vede poi un numero più o meno spropositato di freccette che aiutano assai poco a visualizzare un percorso esecutivo. La tentazione di dare una numerazione progressiva alle giornate è forte, ma praticamente impercorribile, come è ben chiarito nel citato articolo. Quando infatti ad una giornata si sovrappongono due o più giornate non collegate - caso ripreso più avanti con la terminologia di *nodo a più uscite* o *ramificazione* - è evidente che la scelta di proseguire la numerazione da un lato piuttosto che dall'altro non sarà sempre facilmente giustificabile. Una numerazione univoca si avrà solo nel caso di affreschi semplici (le cui giornate seguono un percorso lineare), cioè quando è sostanzialmente inutile poiché la

sequenza esecutiva si visualizza facilmente. In casi più complessi, in cui la tessitura delle giornate appare particolarmente intrecciata, laddove cioè sarebbe utile, la numerazione sarà invece arbitraria.

In questo contributo si espone in dettaglio la formalizzazione matematica del problema che ha portato alla sua modellizzazione e alla conseguente realizzazione di un software per personal computer in grado di elaborare la sequenza realizzativa delle giornate. Si presentano inoltre alcune proposte per la rappresentazione della sequenza stessa. La trattazione dell'argomento implica l'uso, nel capitolo 2 concernente la definizione del modello matematico e la realizzazione del sistema, di termini e formalismi propri del linguaggio matematico e informatico, mentre nel resto dell'esposizione si è cercato di adottare un linguaggio non eccessivamente specialistico.

2. Definizione del modello e realizzazione del sistema

Il sistema software per l'analisi delle giornate di un affresco è basato su una modellizzazione matematica che considera da un lato l'insieme delle giornate e dall'altro la particolare relazione tra di esse, definita dalla precedenza temporale nella realizzazione. Il modello matematico che ben si adatta a questa specifica situazione (un dato insieme e l'individuazione di una relazione tra i suoi elementi) è quello dei *grafi*. In particolare, date le caratteristiche della relazione individuata nell'insieme delle giornate, ci riferiremo ai *grafi diretti aciclici* (dag: direct acyclic graphs).^[2]

La modellizzazione mediante *grafo diretto aciclico* delle giornate di un affresco è funzionale a rappresentare la sequenza temporale della realizzazione dell'affresco. Non si presta al contrario a rappresentare forma e localizzazione delle giornate nell'ambito dell'affresco. Pertanto il sistema software che adotta tale modellizzazione è unicamente in grado di fornire indicazioni riguardo alla successione temporale nella realizzazione delle diverse giornate.

Le informazioni che si possono trarre da tale modellizzazione sono tuttavia numerose e di notevole interesse; oltre a fornire la sequenza temporale il sistema consente di:

- individuare eventuali errori nella rilevazione del verso dei giunti tra giornata e giornata, ad esempio mediante l'indicazione della presenza di un *ciclo (loop)* nella rappresentazione mediante grafo;
- simulare ed elaborare le diverse interpretazioni possibili, in caso di indisponibilità di informazioni certe circa l'attribuzione del verso di alcuni giunti;
- migliorare la leggibilità dell'intera sequenza delle giornate, raggruppando sottosequenze di giornate opportunamente selezionate (*clustering*).

Il sistema software è alimentato con le informazioni riguardanti la sovrapposizione dei giunti tra una giornata e tutte le giornate ad essa adiacenti. Tali informazioni, necessariamente di ambito locale, non consentono, se non opportunamente elaborate, di trarre immediate indicazioni sulla intera sequenza temporale. Al fine di ottenere detta sequenza, è necessario eliminare le informazioni per così dire ridondanti ai nostri scopi.

Per chiarire quali siano e come possano essere eliminate le informazioni ridondanti è sufficiente considerare che, se la giornata A è stata realizzata prima delle giornate B e C (informazioni rilevabili localmente alla giornata A, attraverso l'osservazione dei giunti tra queste giornate) e la giornata C è stata realizzata prima delle giornate B e D (informazioni rilevabili localmente alla giornata C), è evidente che la corretta sequenza temporale è costituita dalla esecuzione della giornata A, seguita dalla giornata C e quindi dalla giornata B.

L'informazione circa la precedenza nella realizzazione della giornata A rispetto alla giornata B è ridondante ai nostri scopi. Il sistema software, mediante l'applicazione di un algoritmo di eliminazione delle informazioni ridondanti, consente di ottenere la corretta sequenza di esecuzione delle giornate.

2.1 Rappresentazione del grafo e algoritmo per l'eliminazione delle informazioni ridondanti

Ogni modello matematico costituisce una astrazione della realtà che si vuole analizzare: i grafi diretti aciclici qui considerati costituiscono appunto una astrazione delle giornate di un affresco. Al fine di ottenere le informazioni desiderate è necessario concretizzare l'astrazione matematica in programmi suscettibili di essere eseguiti su elaboratore elettronico. A questo fine si deve individuare una *rappresentazione concreta* del modello matematico, la quale deve includere due elementi fondamentali: i tipi di dato e gli algoritmi. Per i grafi diretti aciclici sono possibili numerose rappresentazioni. Noi abbiamo scelto la rappresentazione mediante *array*, nota come matrice delle adiacenze.^[3]

Per descrivere in qualche dettaglio la rappresentazione concreta dei grafi è necessario premettere alcune definizioni.

Definizione 1 (grafo)

Dato un insieme N di elementi e data una relazione R sugli elementi di N , un *grafo diretto* G è l'insieme di tutte le coppie $\langle x, y \rangle$ tali che x è in relazione R con y . Gli elementi di N sono chiamati *nodi* del grafo e la relazione tra due nodi del grafo è chiamata *arco*.

Nel nostro caso l'insieme N degli elementi è costituito dalle giornate di un affresco; la relazione R è quella che si stabilisce tra una giornata e le giornate ad essa adiacenti e che riguarda la precedenza nella esecuzione. Pertanto, una coppia $\langle x, y \rangle$ appartenente al grafo diretto G è tale che x e y sono giornate adiacenti e la giornata x si sovrappone alla giornata y ; quindi la giornata x è stata eseguita successivamente alla giornata y .

Definizione 2 (cammino)

Dato un grafo diretto G , si dice che fra due nodi x ed y di G esiste un *cammino di lunghezza $n+1$* a_0, a_1, \dots, a_n , se:

- tutti gli a_i sono nodi di G ;

- $n \geq 1$;
- $x = a_0, y = a_n$;
- per ogni $i = 0, \dots, n-1$ esiste un arco tra a_i e a_{i+1} .

Ad esempio, con riferimento alla fig. 1, considerate le giornate G e D, esiste un cammino da G a D costituito dalle giornate G, F, E, D.

Si deve osservare che spesso esistono più cammini tra due giornate. Si considerino ad esempio le giornate H e C nella fig. 1. Per tali nodi esiste il cammino di lunghezza 3 costituito dalle giornate H, D, C, ma anche il cammino di lunghezza 6 costituito dalle giornate H, I, G, F, E, C e, come si vede subito, questi due cammini non sono peraltro gli unici tra i nodi H e C.

Definizione 3 (grafo diretto aciclico)

Dato un grafo diretto G , se non esiste nessuna coppia di nodi x ed y di G per cui si possa determinare, allo stesso tempo, un cammino tra x ed y e tra y e x , allora il grafo G è detto aciclico.

Il grafo che modella le giornate schematizzate in fig. 1 è un *grafo diretto aciclico*. Al contrario, il grafo che modella le giornate schematizzate in fig. 2 non è un *grafo diretto aciclico*.

Nella rappresentazione dei grafi diretti aciclici mediante array, ogni coppia di nodi $\langle x, y \rangle$ è rappresentata mediante un elemento di indice di riga x ed indice di colonna y . Un arco che unisca il nodo x al nodo y è rappresentato dal valore booleano *true* dell'elemento corrispondente agli indici x ed y , rispettivamente di riga e di colonna della matrice delle adiacenze che rappresenta il grafo. Analogamente, l'assenza di un arco tra due nodi x ed y è rappresentata mediante il valore booleano *false* dell'elemento corrispondente agli indici x ed y . Pertanto, il grafo può essere completamente rappresentato mediante un tipo array di dimensioni $1..n, 1..n$, ad elementi di tipo booleano (corrispondente ad una matrice di n righe ed n colonne, essendo n il numero delle giornate, vale a dire dei nodi del grafo). In fig. 3 è riportata la rappresentazio-

ne in array del grafo relativo all'esempio proposto in fig. 1.

Al fine di eliminare dal grafo gli archi corrispondenti alle informazioni ridondanti, di cui si è detto in precedenza, si applica al grafo un algoritmo che considera tutte le coppie di nodi uniti da un arco ed elimina quegli archi che costituiscono informazioni ridondanti, nel senso specificato nella sezione precedente. Relativamente all'esempio mostrato nelle figg. 1 e 3 l'eliminazione delle informazioni ridondanti porta alla semplificazione della struttura del grafo; la rappresentazione in array è mostrata in fig. 4.

Dato un *grafo diretto aciclico* G , rappresentante le giornate di un affresco, come s'è detto in precedenza, l'eliminazione delle informazioni ridondanti può essere ottenuta nel seguente modo. Si considerino tutte le coppie di nodi di G . Per ogni coppia di nodi connessi da un arco, si determinino, se esistono, altri eventuali cammini. Si possono avere due casi:

- non esiste alcun cammino, oltre quello costituito dall'arco che unisce i due nodi;
- esiste almeno un altro cammino tra i due nodi.

Nel primo caso non si deve fare nulla. Nel secondo caso si elimina l'arco che unisce direttamente i due nodi.

L'algoritmo cui si è fatto sommario riferimento quindi produce, a partire da un *grafo diretto aciclico*, un grafo che non contiene informazioni ridondanti, nel senso indicato nella sezione precedente. Si deve osservare che l'algoritmo sinteticamente descritto può unicamente essere applicato a *grafi diretti aciclici*, in quanto la presenza di un ciclo darebbe luogo a una situazione di non terminazione dell'algoritmo.

2.2 Architettura e funzionalità del sistema

Il sistema mette a disposizione dell'utente che desideri analizzare la sequenza delle giornate in un affresco un certo numero di funzionalità, realizzate attraverso altrettanti moduli di programma. Le funzionalità messe a disposizione dal sistema sono le seguenti:

Fig. 1 - Esempio relativo alla sovrapposizione delle giornate in un affresco

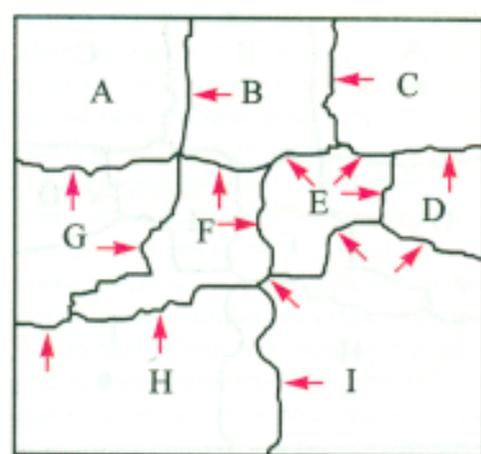


Fig. 2 - Esempio di un ciclo nella sovrapposizione delle giornate in un affresco

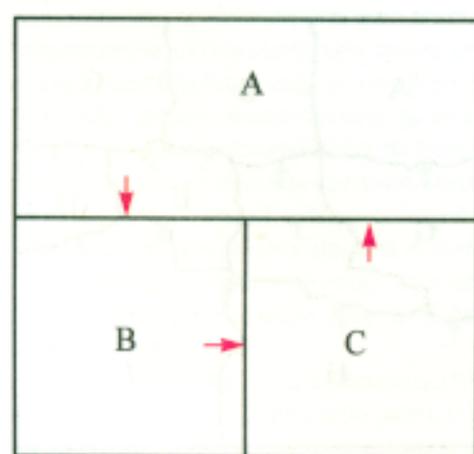


Fig. 3 - Rappresentazione mediante array del grafo relativo all'esempio di fig. 1

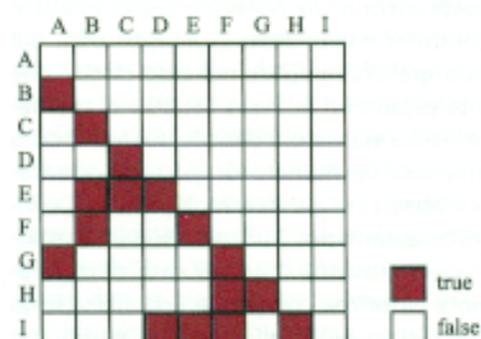


Fig. 4 - Rappresentazione mediante array del grafo relativo all'esempio di fig. 1 dopo l'esecuzione dell'algoritmo

3

- inserimento, aggiornamento, cancellazione e consultazione dei dati relativi alle sovrapposizioni tra le giornate di un affresco;

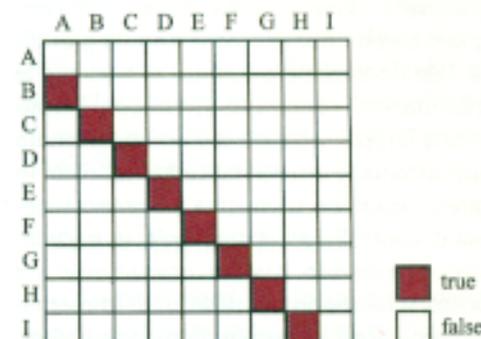
- rilevazione di eventuali cicli nel grafo corrispondente ai dati inseriti;

- elaborazione del grafo corrispondente ai dati inseriti e produzione di un grafo diretto aciclico senza informazioni ridondanti;

- visualizzazione del grafo risultante;
- produzione di grafi clusterizzati.

Il sistema è realizzato su personal computer, gira sotto sistema operativo MS-DOS e non richiede nessuna particolare configurazione. Se si vuole utilizzare il modulo grafico per la visualizzazione del grafo, è necessario invece disporre della versione per ambiente WINDOWS 3.1 o versioni superiori.

Il sistema è stato testato sugli affreschi della Cappella di San Brizio nel Duomo di



4

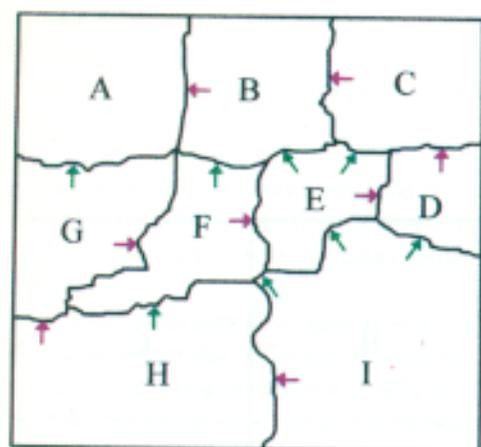
Orvieto; in questo caso il numero complessivo delle giornate supera le 900 unità, il numero massimo su una singola parete le 180.¹

3. Considerazioni sull'utilizzo del sistema

In questo paragrafo si forniscono indicazioni su come si impiega concretamente il sistema informatico descritto e si sottolineano le potenzialità del sistema relativamente ai diversi casi che si possono presentare.

3.1 Inserimento dei dati

Una volta individuate e segnate sul grafico di base le giornate e i versi di sovrapposizione tra di esse, si dà loro una numerazione progressiva. Questa numerazione, indipendentemente da ogni sequenza già



5

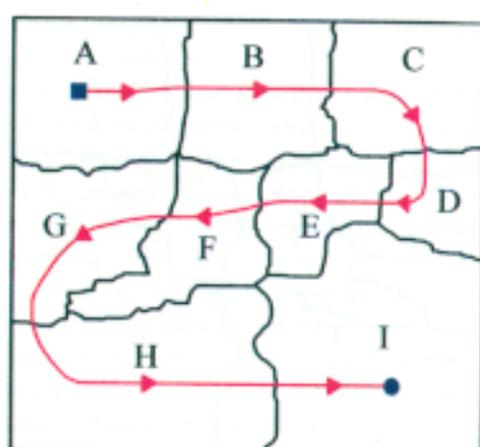
ipotizzata, serve unicamente a contrassegnare con un numero ogni singola giornata. Tale operazione permette di tradurre le informazioni contenute in ciascun giunto in una coppia ordinata di numeri (giornata soprastante/giornata sottostante). Già in questo esercizio si enuclea un primo sistema di controllo dei dati raccolti: in particolare, eseguendo questa operazione sul posto, si ha modo di individuare immediatamente quali sovrapposizioni sono sfuggite alla prima indagine. A questo punto si possono fornire al sistema tutte le coppie di numeri (input). L'elaborazione avviene poi attraverso un modulo che implementa l'algoritmo descritto sinteticamente in precedenza.

3.2 Rilevamento di cicli

Quando seguendo le informazioni sui giunti si ritorna su una giornata già esaminata, ci si trova in una situazione di stallo dell'algoritmo; la sequenza con cui sono ordinate le giornate assume una struttura ad anello (ciclo), chiaramente inaccettabile giacché il percorso risulterebbe ripetersi infinite volte senza trovare via di uscita.

Il programma elaborato, in presenza di un ciclo, si blocca e segnala la sua esistenza indicando le giornate coinvolte. Ciò consente di effettuare direttamente sull'affresco verifiche mirate ai giunti interessati per poter sostituire nel file di input le informazioni non corrette.

Le possibilità di un controllo automatico



6

Fig. 5 - Rilevo delle giornate relative all'esempio di fig. 1, le informazioni essenziali sono indicate in viola, quelle ridondanti in verde

Fig. 6 - Percorso orientato relativo alla sequenza dell'esempio di fig. 1

costituiscono un notevole aiuto; infatti il controllo visivo delle sovrapposizioni sul solo grafico, semplice nel caso di cicli che interessano un numero ristretto di giornate, risulta via via più difficile quando il ciclo interessa un numero di giornate non trascurabile, i cui giunti si moltiplicano. Il controllo automatico può poi risultare assolutamente insostituibile nel caso di decorazioni pittoriche complesse, i cui rilievi sono eseguiti in più fogli, relativi a pareti o a scene diverse.

Nel caso la superficie dell'affresco non sia più ispezionabile, l'eliminazione del ciclo può a volte essere eseguita con un certo margine di credibilità, invertendo la direzione di uno o più giunti sulla base di opportune considerazioni, basate su criteri di verosimiglianza; in altri casi può convenire considerare come un'unica giornata tutte quelle interessate dal ciclo, purché adiacenti.

3.3 Rappresentazioni della sequenza

La rappresentazione grafica della sequenza elaborata dall'algoritmo costituisce un momento essenziale, in quanto dovrebbe consentire di visualizzare in modo semplice e comprensibile l'ordinamento globale delle giornate.

Due sono le classi di rappresentazione che allo stato risultano possibili: la prima comprende le rappresentazioni che sfruttano il rilievo delle giornate dell'affresco, mantenendo un riferimento diretto alla forma e

alla collocazione spaziale di ogni singola giornata; la seconda le rappresentazioni che mostrano in un grafo l'ordinamento della sequenza in maniera gerarchica, analoga a quella di un albero genealogico.

Le rappresentazioni appartenenti alla prima classe partono da un semplice snellimento del rilievo delle giornate con le sovrapposizioni dei giunti: vengono mantenute solo le informazioni essenziali, sfrondando quelle ridondanti; nella fig. 5 le informazioni essenziali sono indicate in viola, quelle ridondanti in verde. Tuttavia in situazioni complesse non è detto che il semplice sfoltimento delle frecce si riveli un aiuto alla lettura; sembrerà anzi soltanto che manchino informazioni essenziali. Una successiva soluzione possibile è sostituire le frecce sui giunti con i percorsi orientati dalle giornate iniziali (*radici*) a quelle terminali (*foglie*).² Appare evidente che l'orientamento delle frecce in questo secondo caso procede in verso opposto a quello della sovrapposizione dei giunti: il verso del percorso procede infatti da una giornata precedente alla successiva, anziché dalla giornata sovrapposta/successiva a quella sottostante/precedente. Per visualizzare con più facilità le giornate iniziali e quelle terminali può essere adottata una simbologia specifica, analogamente a quanto proposto nel citato lavoro⁽¹⁾ (fig. 6).

Nel caso di percorsi molto ramificati, come avviene facilmente su affreschi di grandi dimensioni, può essere di aiuto contrassegnare con colori distinti i singoli tratti di percorso scomponendolo in sequenze lineari.

La seconda classe di rappresentazioni dell'ordinamento delle sequenze è costituita da grafi orientati, nella cui struttura gerarchica risulta immediata la relazione di ordine tra le giornate (fig. 7).

La rappresentazione con grafo consente la visualizzazione immediata della successione delle singole giornate nel contesto globale, a scapito però della loro localizzazione spaziale. Per ovviare, almeno in parte, a questa carenza della rappresentazione a grafo si possono inserire al suo interno delle didascalie che indicano la localizzazione o

le caratteristiche di una o più giornate che contrassegnano una scena, una parete, una cornice, una nicchia, il vano di una finestra, ecc. Allo stesso modo alcune giornate potranno essere contraddistinte da nodi di forma particolare (cerchio, quadrato, esagono ecc.) in funzione di alcune caratteristiche, quali ad esempio una giornata di correzione, una tamponatura, elementi ricorrenti di una decorazione, mani diverse chiaramente accertate ecc.

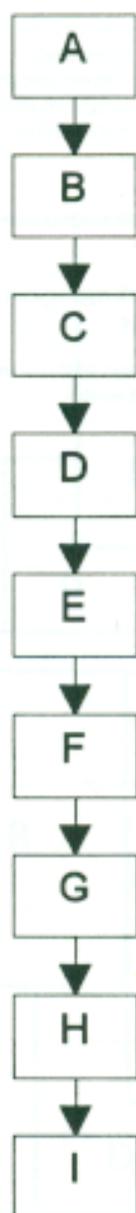
La soluzione migliore per presentare l'ordinamento delle sequenze delle giornate di un affresco ci sembra quella di proporre sia un grafico della prima classe, su cui risulta una lettura che tiene conto della disposizione spaziale di ciascuna giornata, che uno della seconda classe dove risulta invece immediata la lettura globale delle relazioni di precedenza/successione all'interno dell'insieme delle giornate.

3.4 Casi tipici del grafo finale

La ricostruzione di un'unica sequenza lineare risulta un caso estremamente raro; con l'aumentare del numero di giornate infatti il grafo che rappresenta le relazioni di ordine tra di esse tende a divenire sempre più ramificato. È forse il caso di effettuare alcune considerazioni sulle configurazioni di base con cui viene costruito il grafo della sequenza e sulle situazioni che esse rappresentano nella concreta realizzazione di un affresco, tralasciando, perché ovvio, il caso della sequenza lineare.

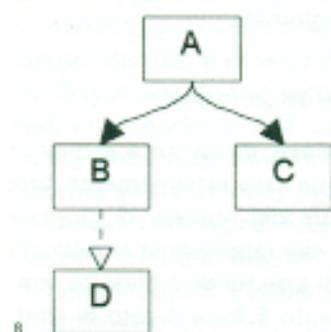
Un primo esempio è costituito da un nodo con due o più uscite, come rappresentato nella fig. 8. Tale situazione si presenta nel momento in cui due giornate B e C, non adiacenti e non collegate da percorsi, si sovrappongono ad una terza (A). È importante sottolineare l'impossibilità di stabilire legami tra B e C; il fatto che esse siano direttamente successive ad A non deve forzare la corretta interpretazione delle informazioni a disposizione. Si sottolinea infatti che tra C e B, o le giornate appartenenti a sequenze originate da essa (ad esempio D) e non collegate a C, non può essere rilevata alcuna relazione di prece-

Fig. 7 - Grafo relativo all'ordinamento della sequenza delle giornate dell'esempio di fig. 1

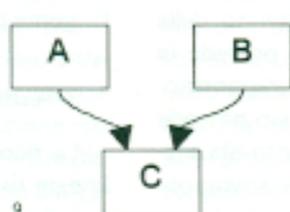


denza, pertanto è impossibile stabilire una priorità tra D e C anche se D appare più distante da A rispetto a C. Questo discende dal fatto che i collegamenti che rappresentano i giunti non hanno un peso, ossia non ci sono criteri di valutazione per misurarli e confrontarli. Le informazioni deducibili dallo studio dei giunti infatti forniscono solo una relazione di precedenza tra due eventi (la stesura di intonaci) e non il tempo trascorso tra questi eventi.

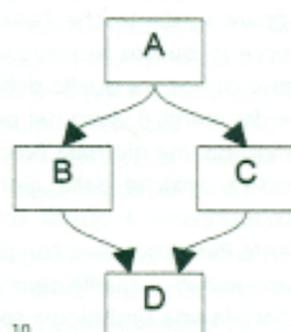
L'analisi delle ramificazioni può essere di grande interesse per la comprensione delle dinamiche organizzative del cantiere. In alcuni casi infatti la ramificazione può imporsi per problemi pratici, quali la presenza di finestre, nicchie, ecc., o compositivi, quali l'esecuzione di una figura centrale, fondamentale nella gerarchia compositiva,



8



9



10

cui si sovrappongono a destra e a sinistra altre figure. In altri casi la presenza di ramificazioni può corrispondere invece ad una contemporaneità di esecuzione di parti diverse dell'affresco, eventualmente affidate a pittori diversi.

Un'altra situazione tipica è rappresentata da un nodo con due o più entrate (fig. 9), dove l'intonaco di una giornata C si sovrappone a quelli di altre due (A e B), non adiacenti e non collegate da percorsi. Può essere ad esempio il caso di una fascia decorativa che chiude in basso una scena la cui sequenza realizzativa si dipana in più percorsi.

L'unione di una situazione relativa a un nodo con due uscite con quella relativa a un nodo con due entrate genera una struttura a rombo (fig. 10).

3.5 Impossibilità di rilevamento del verso di un giunto

La mancanza di informazioni concernenti il riconoscimento di alcune giornate o più facilmente la definizione del verso di sovrapposizione per alcuni giunti può alterare in maniera sostanziale il risultato finale dell'algoritmo; l'entità dell'alterazione prodotta dipenderà, ovviamente, dall'entità della lacuna nelle informazioni registrate.

Nel secondo caso, ossia quando ci si trova in presenza di giunti in cui non si è riusciti a stabilire la priorità tra due giornate adiacenti, si sottolinea che tale circostanza può non risultare determinante ai fini della ricostruzione dell'effettiva sequenza: l'impossibilità di stabilire una relazione di precedenza tra due giornate adiacenti può in

Fig. 8 - Grafo relativo a un nodo con due uscite

Fig. 9 - Grafo relativo a un nodo con due entrate

Fig. 10 - Grafo relativo a una struttura a rombo

alcuni casi non costituire un'effettiva mancanza di informazione.

Tra due giornate adiacenti X e Y deve infatti essere sempre possibile stabilire una relazione di precedenza (X è stata realizzata prima di Y o viceversa); ne consegue che nel grafo ad albero deve esistere un percorso che porti da X a Y o viceversa; in tale percorso X e Y possono essere consecutive, il che significa che una delle due giornate è stata eseguita immediatamente prima dell'altra, oppure tra X e Y possono essere inserite altre giornate, dalle quali si desume la relazione X-Y indipendentemente dal loro giunto.

Il programma sviluppato è in grado di stabilire se l'informazione non registrata è ridondante, ossia non determina alcun mutamento ai fini del corretto ordinamen-

to, oppure se essa è essenziale, in quanto la sua mancata registrazione causa una diversa soluzione da parte dell'algoritmo; ciò avviene attraverso la verifica se esista o meno nell'output un percorso orientato tra le due giornate in esame. Partendo dall'esempio mostrato in fig. 11, quanto detto può essere visualizzato negli schemi e nei grafi delle figg. 12 e 13. L'impossibilità di riconoscere il verso, nel giunto tra le giornate A e B (fig. 12), determina una soluzione da parte dell'algoritmo sensibilmente differente rispetto alla situazione reale: le giornate A e B sono addirittura riconosciute come sorgenti di due percorsi distinti. Diversamente l'assenza di informazioni relative al giunto tra le giornate B e D (fig. 13) non determina alcuna variazione nella soluzione da parte dell'algoritmo, poiché

l'informazione mancante, segnata con una freccia tratteggiata nel grafo, risulta ridondante e, se inserita, sarebbe stata comunque eliminata dall'algoritmo, sostituendo il percorso $B \rightarrow C \rightarrow D$ alla cortocircuitazione diretta da B a D ($B \rightarrow D$).

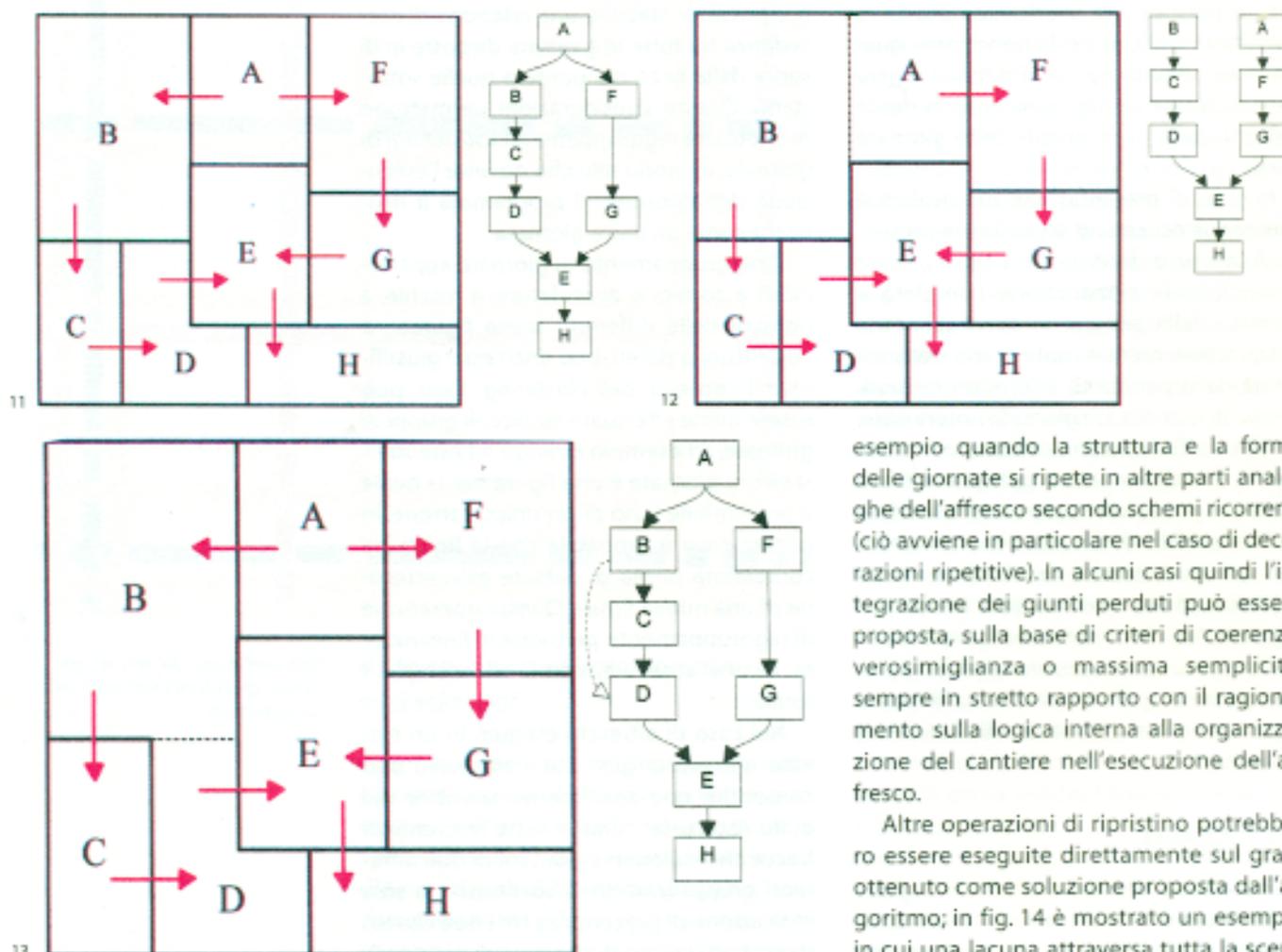
3.6 Interruzioni alla sequenza

La presenza di lacune o rifacimenti che interessano più giornate determina un'interruzione della sequenza che altera la soluzione relativa all'ordinamento globale. La perdita di informazioni, causata dall'assenza dell'intonaco originale, genera delle interruzioni nei percorsi, né può essere ovviamente recuperata; tuttavia in alcuni casi si possono proporre soluzioni per ovviare all'interruzione della sequenza: ad

Fig. 11 - Schema di percorso orientato e grafo

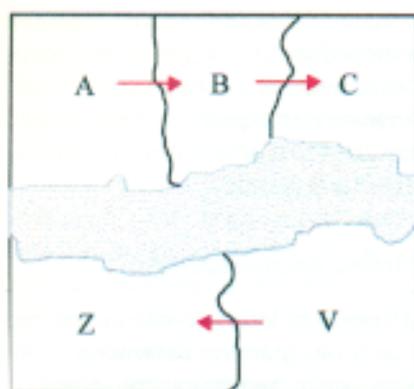
Fig. 12 - Lo stesso schema di fig. 11 nel caso del mancato riconoscimento del verso di un giunto (linea tratteggiata) e grafo risultante: informazione essenziale

Fig. 13 - Lo stesso schema di fig. 11 nel caso del mancato riconoscimento del verso di un giunto (linea tratteggiata) e grafo risultante: informazione ridondante

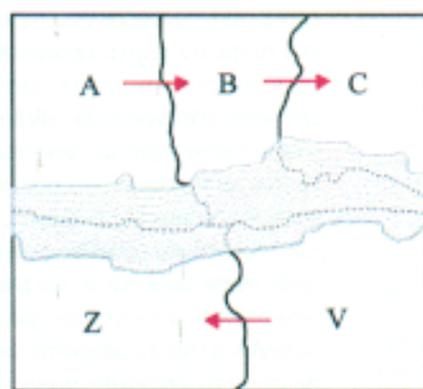
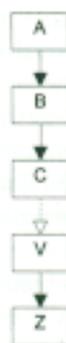
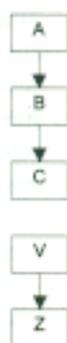


esempio quando la struttura e la forma delle giornate si ripete in altre parti analoghe dell'affresco secondo schemi ricorrenti (ciò avviene in particolare nel caso di decorazioni ripetitive). In alcuni casi quindi l'integrazione dei giunti perduti può essere proposta, sulla base di criteri di coerenza, verosimiglianza o massima semplicità, sempre in stretto rapporto con il ragionamento sulla logica interna alla organizzazione del cantiere nell'esecuzione dell'affresco.

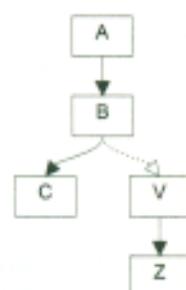
Altre operazioni di ripristino potrebbero essere eseguite direttamente sul grafo ottenuto come soluzione proposta dall'algoritmo; in fig. 14 è mostrato un esempio in cui una lacuna attraversa tutta la scena



14



15



determinando la divisione in due tronconi della sequenza realizzativa. La soluzione più ovvia, ma non necessariamente l'unica, è quella di ristabilire un collegamento tra gli estremi dei due tronconi ($C \rightarrow V$). Un'altra soluzione proponibile potrebbe essere quella mostrata in fig. 15; in questo caso si presuppone che la giornata C sia tutta interna a B; una soluzione come questa, cioè meno semplice, dovrebbe essere supportata da un ragionamento cogente sulla struttura più credibile delle giornate B e C.

In sede di presentazione dei risultati è comunque necessario segnalare la presenza di lacune o di rifacimenti che rendono impossibile la ricostruzione completa e corretta della sequenza; eventualmente potrà essere eseguita una stima dell'incidenza della perdita di informazione, indicando il numero di giornate interessate, perché confinanti con la lacuna o il rifacimento. In questo caso i collegamenti nel grafo che potrebbero essere stati modificati dalla perdita di informazione (in alcuni casi non è detto che lo siano) verranno segnalati, ad esempio con delle frecce tratteggiate. Nel caso inoltre venga proposto un tentativo di ricostruzione della parte mancante del grafo devono sempre essere segnalati i criteri alla base della soluzione proposta.

3.7 Clustering

Soprattutto nel caso di affreschi di grandi dimensioni, alcune considerazioni concernenti l'organizzazione del cantiere per-

mettono di raccogliere informazioni aggiuntive per l'ordinamento generale di tutte le giornate, rispetto a quelle ottenute dal solo studio dei giunti. Risulta chiaro ad esempio che una volta definiti i confini di eventuali pontate, analogamente a quanto avveniva tra due singole giornate adiacenti, è possibile stabilire una relazione di precedenza tra tutte le giornate disposte al di sopra della linea del ponte e quelle sottostanti. Queste considerazioni permettono di effettuare raggruppamenti (*clustering*) di giornate, in modo tale che durante l'esecuzione dell'algoritmo il programma li riconosca come un'unica giornata.

Il raggruppamento di giornate appartenenti a cornici o zoccolature, a nicchie, a ognuna delle differenti scene figurate, o addirittura a pareti, può anch'esso giustificare l'impiego del *clustering*. Esso può essere infine effettuato su piccoli gruppi di giornate, ad esempio quando ad estendersi su più giornate è una figura per la quale è presumibile l'uso di un unico cartone. In questo caso è probabile che la figura sia completata prima di passare all'esecuzione di una nuova figura. Questa operazione di raggruppamento permette di linearizzare alcune strutture, come ad esempio i rombi.

Nel caso di affreschi eseguiti in un elevato numero di giornate il *clustering* può consentire uno snellimento sensibile del grafo risultante; infatti a tutte le eventuali frecce che collegano giornate di due differenti gruppi (*cluster*) si sostituisce la sola indicazione di precedenza tra i due *cluster*, mentre all'interno di ciascuno di essi l'ordi-

Fig. 14 - Presenza di una lacuna che interessa più giornate: schema e grafo

Fig. 15 - Soluzione proponibile per l'eliminazione degli effetti della lacuna mostrata in fig. 14 supponendo che la giornata C sia confinante solo con B

namento viene eseguito trattando il gruppo come un'unità separata.

Si deve comunque sottolineare che il *clustering*, sia su piccoli che su grandi gruppi, deve essere eseguito solo in un secondo momento, successivamente alla verifica del comportamento dell'algoritmo sull'insieme di informazioni ottenute dalle sole sovrapposizioni degli intonaci nei giunti tra le giornate. I criteri alla base del *clustering* dovranno essere vagliati con particolare attenzione.

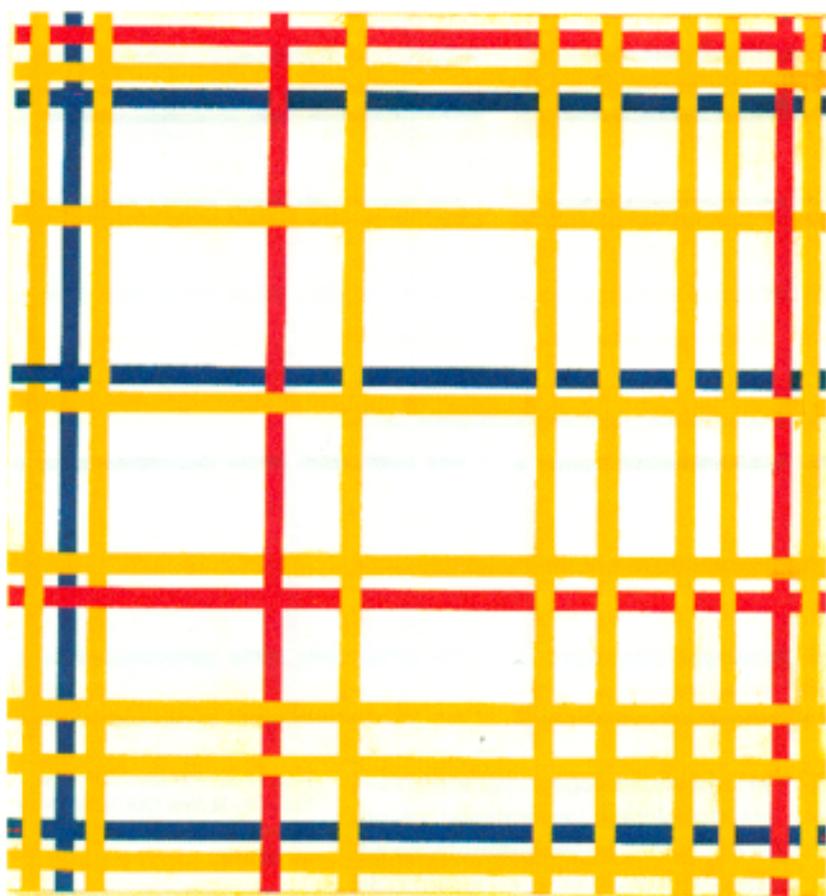


Fig. 16 - Piet Mondrian, New York City (New York City I), Parigi, Musée d'art moderne

4. Un caso particolare: Mondrian e gli sciangai

L'algoritmo per ordinare la sequenza delle giornate esposto in questo articolo può essere applicato anche per determinare la successione delle diverse fasi della stesura di alcuni dipinti di Mondrian eseguiti a New York negli anni 1941-42, opere caratterizzate da strisce di colore verticali e orizzontali

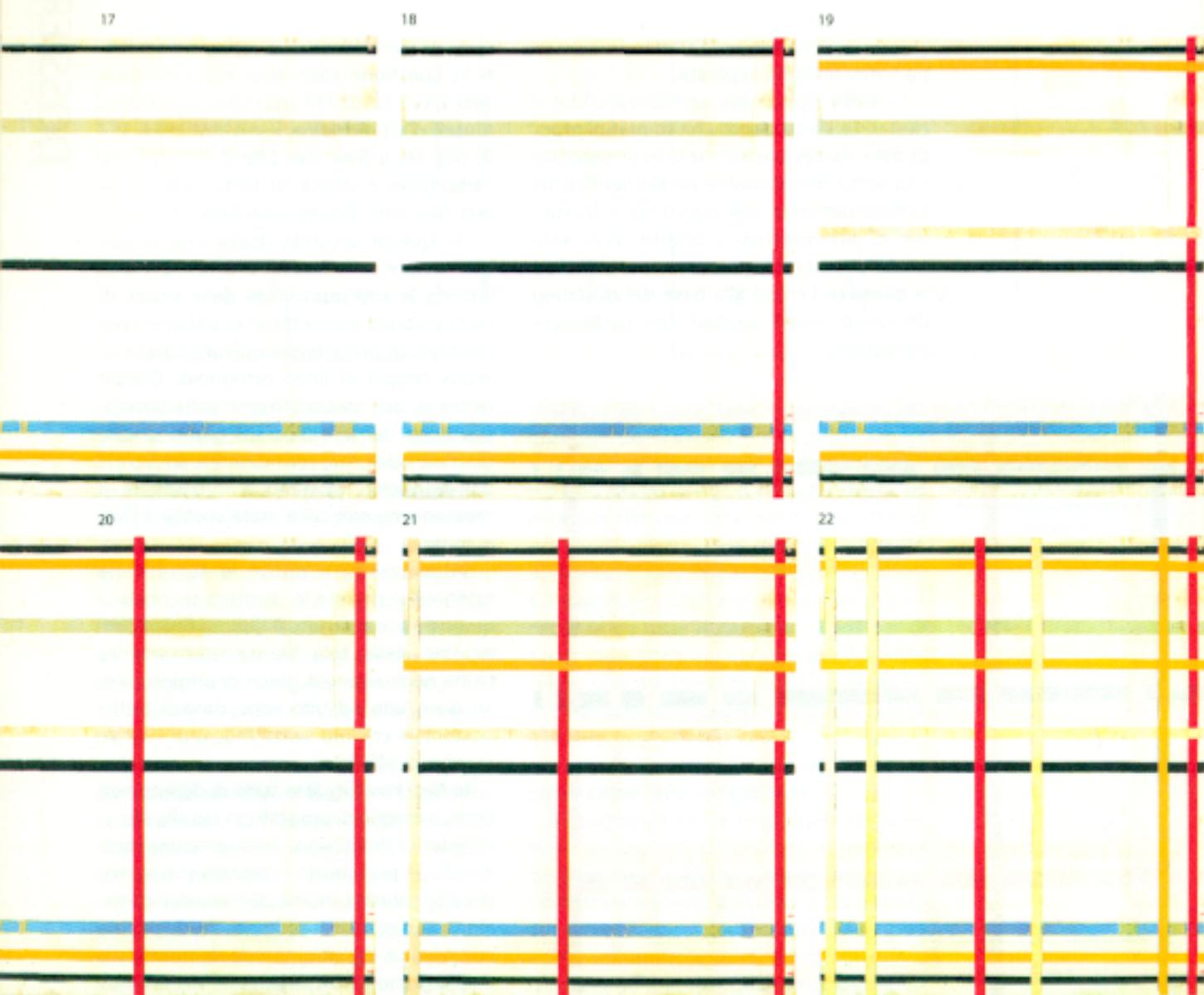
che attraversano tutta la superficie. I dipinti in questione sono *New York City* (New York City I) [119x114 cm, olio su tela, Parigi, Musée d'art moderne, inv. n. AM 1984, 352 P] (fig. 16) e *New York City III* [115x99 cm, carboncino e strisce di carta colorata su tela, New York, Sidney Janis Gallery] (fig. 22).

Su questa seconda opera, che si può considerare un bozzetto o un progetto di dipinto, le sovrapposizioni delle strisce di carta colorata permettono di definire delle relazioni di precedenza univoche per ciascuna coppia di linee ortogonali. Queste relazioni, alla stessa stregua della sovrapposizione dell'intonaco nei giunti di due giornate adiacenti, considerate e analizzate dall'algoritmo, portano a individuare il meccanismo con cui è stata costruita l'immagine.

Visualizzando a ritroso la successione ottenuta si smonta la struttura secondo la quale è stato costruito il dipinto fino all'immagine della tela bianca, esattamente come negli sciangai, gioco di origine cinese, dove uno ad uno sono rimossi tutti i bastoncini colorati senza muovere i sottostanti o quelli vicini.

In *New York City III* lo stato di dipinto non finito, o meglio di progetto, in cui alla stesura pittorica definitiva si sostituisce una sorta di collage provvisorio realizzato con strisce di carta colorata, indica chiaramente come, almeno nella fase progettuale, il pittore costruiva un dipinto, metodo documentato dalla testimonianza di persone vicine all'artista.^[5] Nelle figg. 17-22 è mostrata l'intera sequenza ordinata dall'algoritmo e ricostruita visivamente al computer. Essa procede attraverso l'aggiunta di una o più bande colorate in stadi che interessano alternativamente strisce orizzontali e verticali.

Il passaggio dalla fase progettuale, esemplificata da *New York City III*, alla realizzazione finale dell'opera è costellato da una serie di correzioni e veri e propri ripensamenti come mostra l'analisi di *New York City* (New York City I), dipinto eseguito nei primi mesi del 1941, ripreso nel mese di aprile dello stesso anno e terminato nel 1942, come attestano alcune lettere dell'artista.



L'impossibilità di effettuare una ricognizione diretta delle stesure di colore delle strisce non consente di avere informazioni sulla successione nel caso di sovrapposizione di strisce del medesimo colore, come avrebbe permesso l'esame della superficie pittorica a luce radente. Tuttavia anche le sole informazioni desumibili da un'immagine fotografica permettono di focalizzare alcuni aspetti della realizzazione del dipinto.

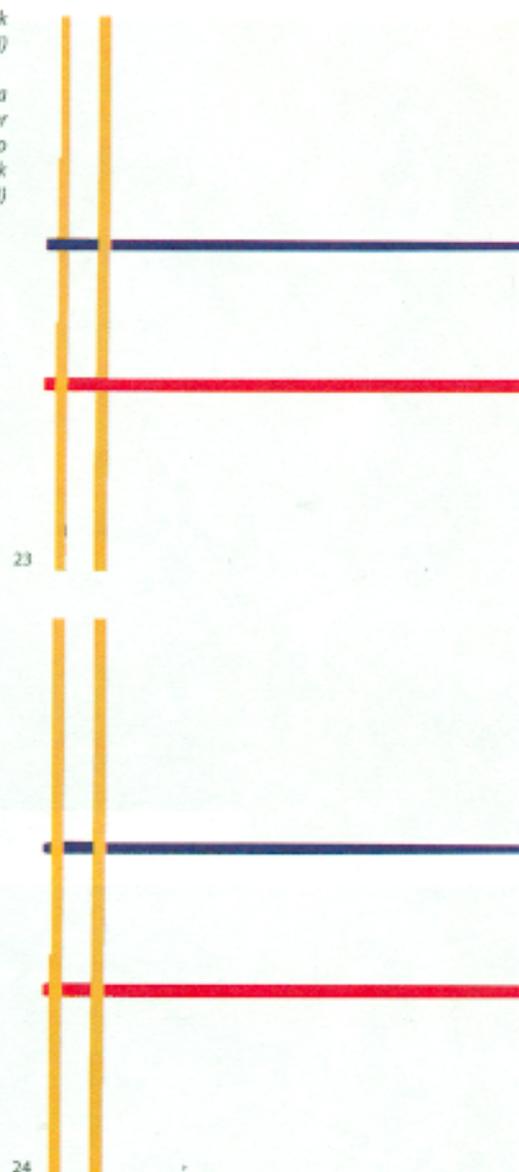
L'algoritmo rivela infatti l'esistenza di un ciclo evidenziato nella ricostruzione (fig. 23). Due fotografie del pittore nello studio, eseguite da Emery Muscetra nel novembre

del 1941, mostrano l'opera quando ancora non era completata. Le immagini, se pur parziali e in bianco e nero testimoniano per le quattro strisce in esame l'assenza del ciclo; la loro disposizione è mostrata nella ricostruzione in fig. 24. È ovvio quindi che durante la realizzazione pittorica le sovrapposizioni tra strisce di differente colore potevano essere invertite rispetto al progetto, in funzione del risultato estetico e che la logica dello sciogai non era cogente. Per fortuna questa stessa possibilità non si presenta nel caso della stesura degli intonaci di un affresco, cosicché l'algoritmo è sempre applicabile.

Figg. 17-22 - Piet Mondrian, *New York City III*, New York, Sidney Janis Gallery. Ricostruzione delle fasi di esecuzione

Fig. 23 - Ciclo presente in New York City (New York City I)

Fig. 24 - Ricostruzione della situazione nel novembre 1941 per le strisce interessate da un ciclo nella redazione finale di New York City (New York City I)



5. Un esempio applicativo: la pergola dipinta nella loggia Rospigliosi Pallavicini

Il sistema software fin qui esposto è stato applicato all'indagine sulle giornate condotta per la decorazione della loggia di Palazzo Rospigliosi Pallavicini recentemente restaurata.³

Le pitture, eseguite per il Cardinale Scipione Borghese da Paolo Bril e Guido Reni tra il 1611 e il 1612, raffigurano, su una volta a cinque campate, una pergola di uva matura in cui si affacciano uccelli e altri animali; nei pennacchi si stagliano dieci cop-

pie di putti con vasi di fiori (figg. 25 e 26). La scelta si è rivelata particolarmente felice per verificare la funzionalità del sistema. Si tratta infatti di una superficie limitata (circa 84 mq) e con lacune di poca entità, dipinta in un numero non altissimo di giornate (85); ma si tratta al contempo di una decorazione complessa, che richiedeva soluzioni tecniche non ovvie. Intanto per l'articolazione dell'architettura dipinta, che in parte asseconda la geometria della volta, sfruttandone la ripartizione in unghie e pennacchi, in parte la supera costruendo illusionistiche cupole ottagonone o circolari che sfondano la volta verso l'alto; poi per la ricercata integrazione tra questa struttura e la fitta vegetazione e popolazione animale, rese in modo naturalistico; infine per la accertata compresenza di due maestri, di formazione tecnica autonoma, che dovevano dunque mettere a punto un sistema razionale di collaborazione.

5.1 Caratteristiche tecniche esecutive

Nel rilievo, è stato già abbastanza complesso individuare le giunzioni tra le giornate; si è poi rivelato particolarmente difficile interpretarne i versi di sovrapposizione: a celarli valgono, oltre ad una sapiente rischiciatura, l'uso di colori coprenti ad impasto e il frequente ricorso a stesure corpose a calce. Di grande utilità è stata invece la parallela indagine sui metodi di costruzione dell'impianto architettonico della pergola, disegnato direttamente con incisioni o tratti rossi, tracciati a riga e a compasso: alcuni giunti tra le giornate si individuano proprio per l'interrompersi delle incisioni o per il mutamento nei metodi di disegno; inoltre è chiaro che l'andamento delle giornate è strettamente dipendente dalle necessità della costruzione, così che le sovrapposizioni corrono in genere a lato di un'asse di legno, già dipinta nella giornata precedente.

L'impiego del programma, già in fase di esecuzione del rilievo, ha consentito di valutare immediatamente l'esistenza di cicli (e dunque di errori nell'interpretare le sovrapposizioni) e di mirare le verifiche sul

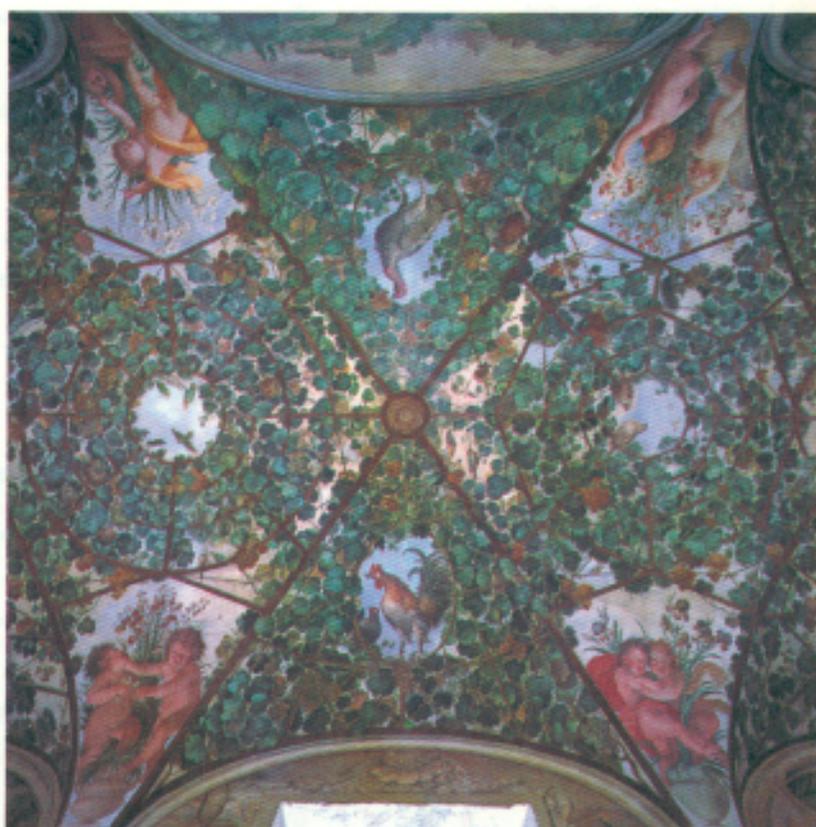
posto a quei giunti il cui verso era essenziale all'elaborazione della sequenza; nella fig. 27 sono riportati sullo schema delle giornate la numerazione di riferimento⁴ e i principali versi di sovrapposizione nei giunti.

L'inserimento delle informazioni, come abbiamo detto sotto forma di coppie ordinate di numeri, fornisce il grafo di figura 28. L'unica informazione aggiuntiva che vi è stata inserita è la distinzione tra le giornate eseguite da Paolo Bril e dai suoi collaboratori, indicate con un rettangolo, e quelle dipinte da Guido Reni, indicate con un cerchio. I percorsi orientati così individuati sono stati riproposti sul rilievo delle giornate, eliminando ovviamente le frecce di sovrapposizione, nella speranza che ciò aiuti a visualizzare sullo schema della volta le dinamiche con cui sono proceduti i lavori nel cantiere (fig. 29). Vi sono segnate con un rettangolo le *radici* o giornate iniziali, con un cerchietto le *foglie* o giornate terminali.

5.2 Le fasi del cantiere

L'esame delle giornate iniziali indica che la decorazione è cominciata dalla giornata 42, cioè dall'unghia che insiste sulla parete ovest nella campata centrale (figura 26). Infatti dalle altre tre giornate iniziali, situate in tre unghie del settore nord, si dipartono percorsi brevi e fortemente circoscritti; dalla giornata 42 invece si generano percorsi, sia verso sud che verso nord, che raggiungono la quasi totalità della volta, ad eccezione appunto dei percorsi minimi che partono da giornate iniziali che potremmo chiamare *radici secondarie*.

A questa giornata iniziale si sovrappongono gli intonaci dei due pennacchi contigui, in cui sono dipinti i putti con i gelsomini e con i garofani. Essi si discostano totalmente da quella che si individua come norma nel resto della decorazione: gli altri otto gruppi dipinti dal Reni sono infatti eseguiti sempre su giornate terminali, che si sovrappongono non solo all'intonaco delle circostanti unghie, ma anche a quello della parte centrale della volta;⁵ da questi due pennacchi invece passano percorsi orienta-



25



26

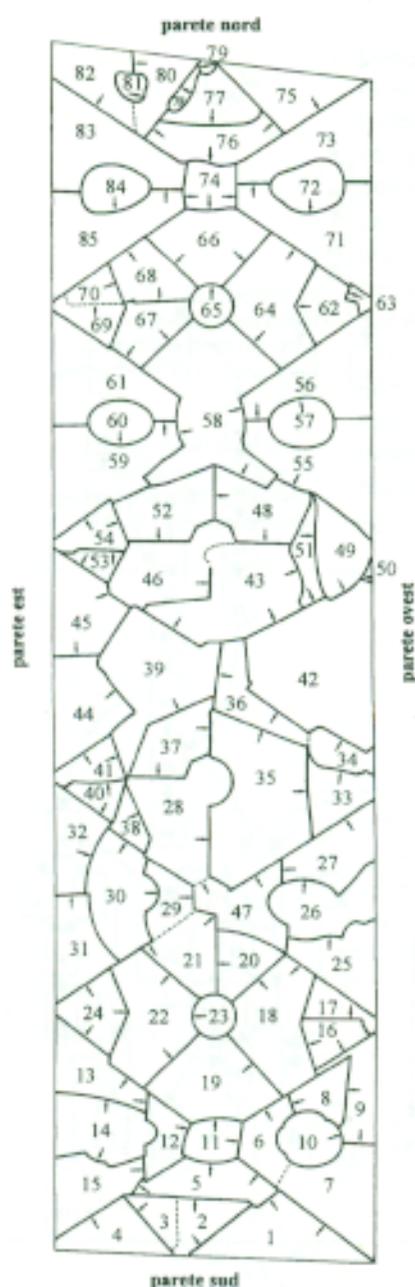
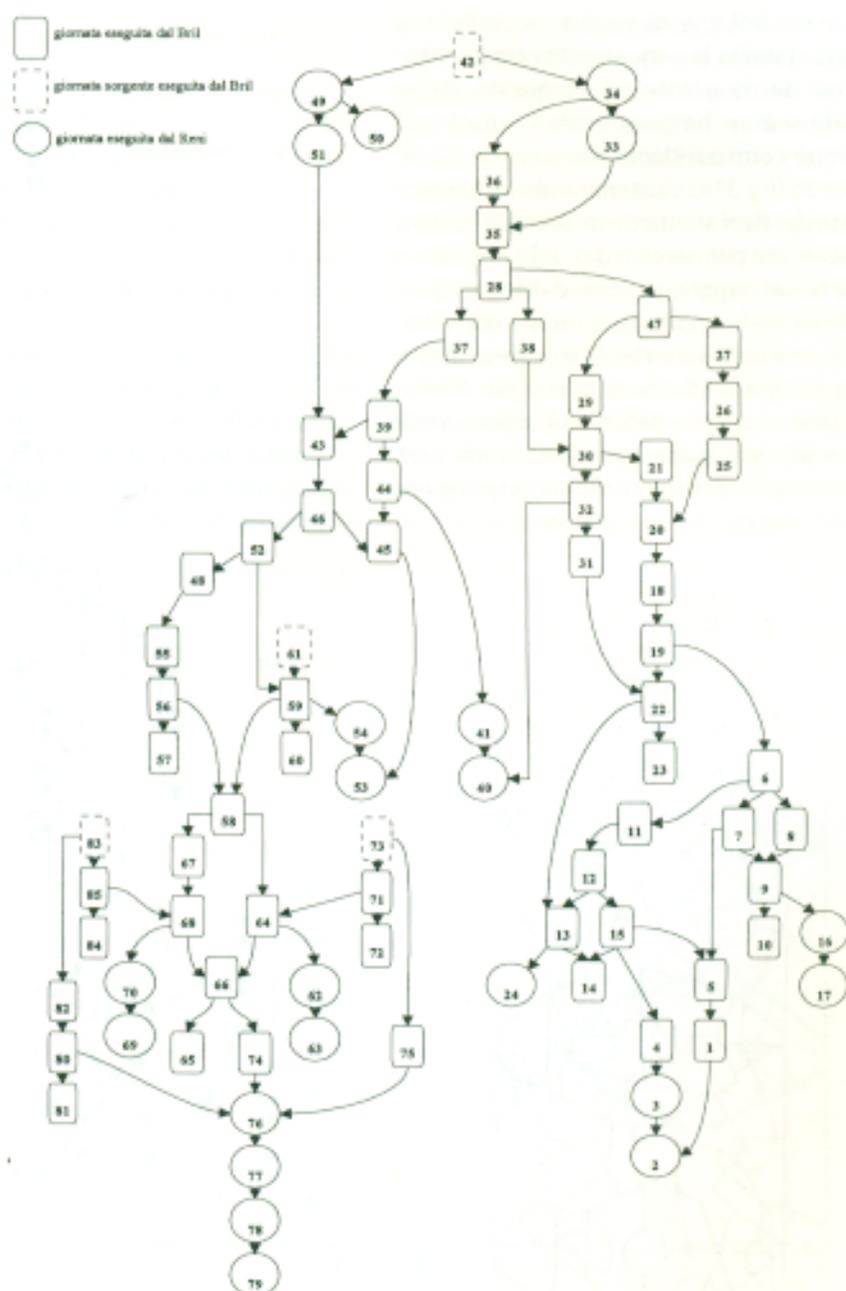


Fig. 25 - Volta della loggia di Palazzo Raspigliosi Pallavicini; seconda campata dalla parete nord

Fig. 26 - Volta della loggia di Palazzo Raspigliosi Pallavicini; campata centrale

Fig. 27 - Schema delle giornate

Fig. 28 - Grafo relativo alla sequenza delle giornate



28

ti verso il resto della superficie.

Si individua perciò con chiarezza una porzione di volta, formata da sei giornate, eseguita come saggio; una prova in cui verificare l'effetto estetico della composizione e il grado di integrazione tra le pitture dei due maestri; ma utile anche per mettere a punto il sistema più razionale di collaborazione. Il primo criterio di razionalizzazione adottato risulta dunque quello di ren-

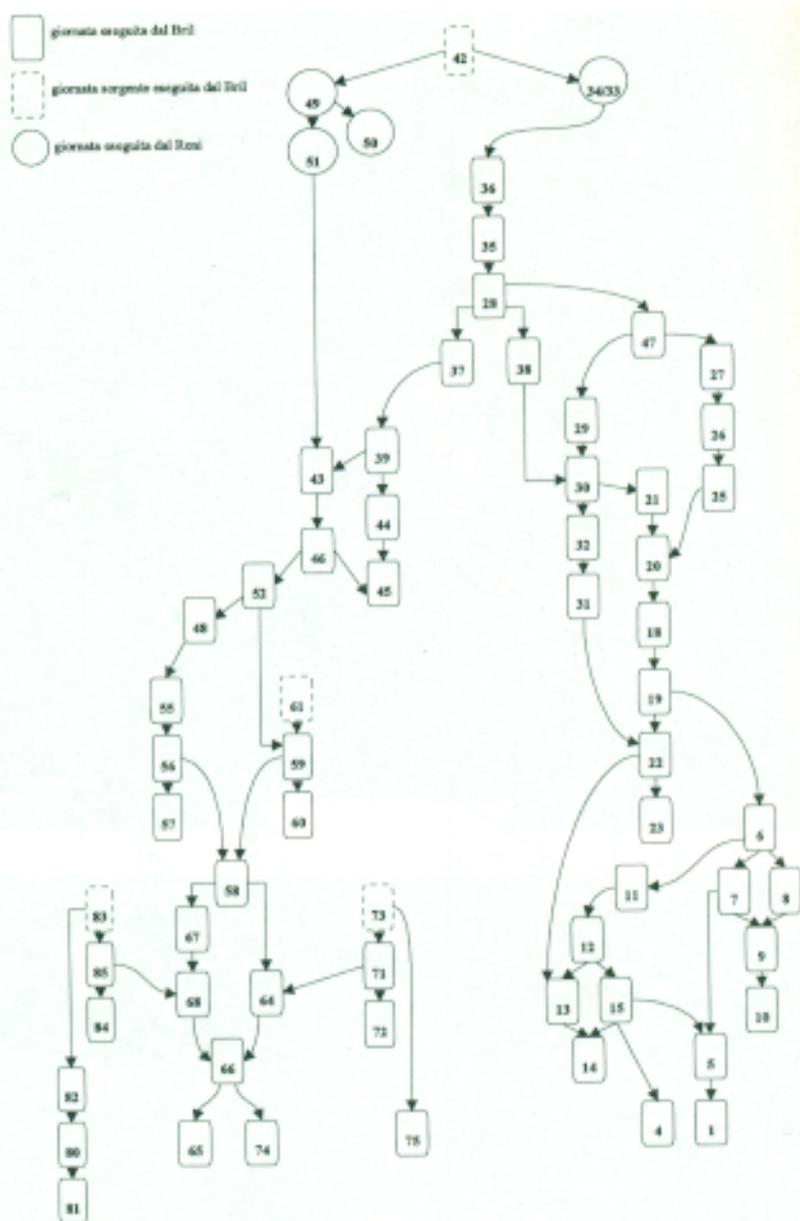
dere totalmente indipendente il lavoro dei due maestri, in modo che non si intralciassero l'un l'altro.⁶

Acquisito questo primo dato, si è provato a semplificare la struttura del grafo, eliminando tutte le giornate degli otto pennacchi eseguiti per ultimi (fig. 30); si osserverà che il taglio degli otto gruppi di giornate terminali determina la scomparsa di collegamenti tra alcune giornate del Reni e

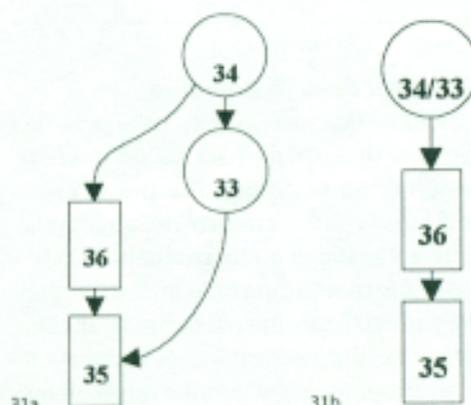
altre del Brill, che divengono superflui una volta stabilita la sequenzialità tra gli interventi dei due maestri. In questo stesso grafo si è anche linearizzata la struttura a rombo corrispondente alle giornate 33, 34, 35 e 36 (fig. 31a); clusterizzando le due giornate del Reni si ottiene in effetti una uscita lineare dal pennacchio (fig. 31b), che faceva parte del saggio, al resto della superficie, affrontato in un secondo momento; è interessante osservare che la soluzione proposta nel grafo ad albero non è più direttamente rappresentabile sul rilievo delle giornate in quanto essa indica come strettamente consecutive nella successione realizzativa giornate non adiacenti.



29



30



31a

31b

Fig. 29 - Schema dei percorsi orientati

Fig. 30 - Grafo della sequenza ottenuto escludendo gli otto pennacchi eseguiti dal Reni nell'ultima fase del cantiere

Fig. 31a - Struttura a rombo relativo alle giornate 33-36

Fig. 31b - Linearizzazione della struttura a rombo relativo alle giornate 33-36

Ma una volta individuato il significato ben preciso da attribuire alle giornate terminali per quanto riguarda l'intervento di Guido Reni, consideriamo le altre *foglie* che compaiono nello schema dei percorsi orientati (fig. 29). Si tratta di due dei quattro centri delle cupole che a mo' di voliere muovono la pergola, e di sette degli ovali in cui si affacciano le figure più grandi di uccelli.

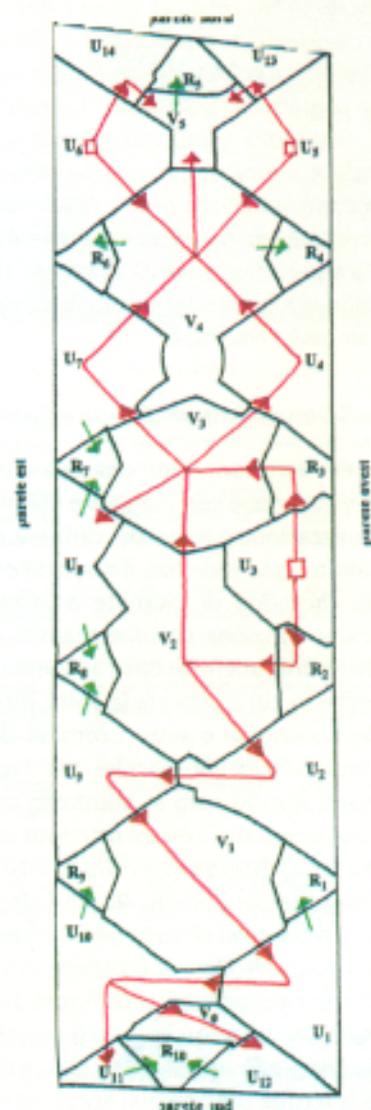
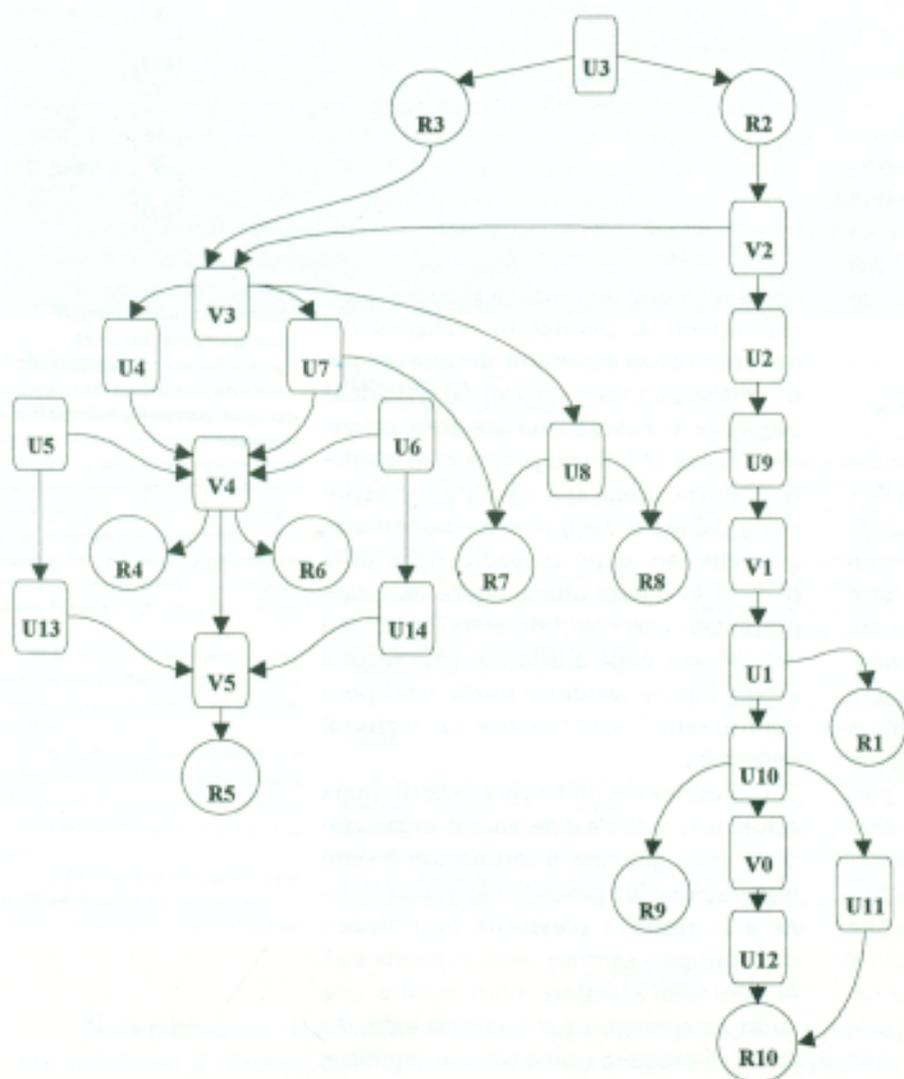
La funzione di *tappo* delle due piccole giornate al centro delle cupole circolari - le altre due sono ottagonone - è risultata subito evidente e chiaramente riconducibile alle già citate necessità costruttive della pergola. In quelle zone infatti doveva appuntarsi

più e più volte il compasso per costruire i vari cerchi concentrici, ma è anche probabile che vi fossero infissi dei chiodi su cui appuntare righe o spaghi con funzione di riferimento geometrico fisso, dall'inizio alla fine della costruzione.

Più interessante lo studio delle giornate corrispondenti agli ovali al centro delle unghie la cui logica, non identica nei due settori in cui può dividersi la volta, è sembrata correlabile con uno sviluppo tecnico interno alla decorazione. Una volta individuata la fase iniziale infatti, ci si è chiesti in che direzione si fosse sviluppato il lavoro, e se era possibile ricostruirne l'eventuale evoluzione tecnica. Nel settore nord della

Fig. 32 - Grafo basato sul raggruppamento in settori corrispondenti alle unità geometriche in cui si articola la volta

Fig. 33 - Schema dei settori corrispondenti alle unità geometriche in cui si articola la volta con i percorsi orientati

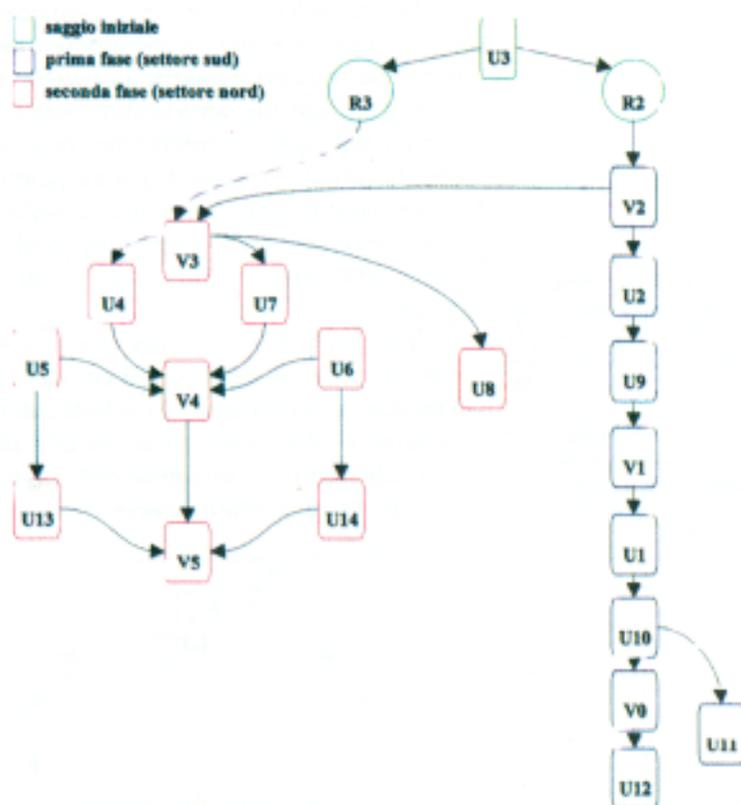


volta gli uccelli negli ovali sono dipinti su giornate terminali che concludono il lavoro di ogni unghia, mentre nel settore sud ciò avviene solo per l'aquila e il corvo silvestre dell'ultima campata. Questo modo di procedere semplificava il lavoro, rendendo anche possibile ad un pittore eseguire le grandi figure, mentre altri proseguivano nel dipingere altri elementi della pergola. Inoltre le giornate della parte nord risultano più regolari e simmetriche rispetto a quelle della parte opposta: il lavoro di costruzione della pergola vi è risolto impostando sempre la struttura portante dei travetti in legno nelle unghie, che precedono costantemente il lavoro dei settori centrali della volta. Le unghie peraltro sono qui risolte in tre giornate (invece delle quattro o cinque del settore sud): due simmetriche che definiscono la pergola, cui si sovrappone la giornata ovale dello sfondato.

Si ipotizza quindi che, dopo il saggio iniziale, il lavoro sia proseguito completando la campata centrale ed eseguendo le due campate verso sud, in cui viene messo via via a punto un sistema di lavoro, che è poi adottato in modo sistematico nelle due campate verso nord.

5.3 Inserimento di ulteriori informazioni

Per verificare questa ipotesi si è cercato di visualizzare con maggiore chiarezza l'organizzazione e le fasi del cantiere, semplificando il più possibile il grafo. Si è operato un *clustering* di giornate adiacenti, oltre che in funzione dei due maestri all'opera (Reni, Brill), anche in base alle unità geometriche in cui si articola la volta, distinguendo tra unghie e settori centrali di volta e controllando via via che tali raggruppamenti non fossero in contrasto con i percorsi orientati. Si è così ottenuto uno schema semplificato della volta con 10 pennacchi opera del Reni (R_1-R_{10}), 14 Unghie (U_1-U_{14}) e 6 settori di Volta (V_0-V_5).⁷ In fig. 32 è riportato il grafo che si ottiene in seguito al *clustering* proposto, nella figura 33 lo schema della volta con i percorsi orientati tra le diverse unità semplificate; al fine di facilitare la lettura dei percorsi esecutivi della per-



34

gola i segmenti terminali di sequenza, corrispondenti ai pennacchi realizzati dal Reni, con l'ovvia esclusione dei due eseguiti come saggio, sono staccati dal resto della sequenza e indicati con un altro colore. Nella figura 34 infine si propone un'ulteriore semplificazione che consiste nell'esclusione dal grafo degli otto pennacchi eseguiti dal Reni dopo la realizzazione della pergola. In questa ultima figura sono rappresentate con colori differenti le tre fasi del cantiere, ossia quella che costituisce il saggio iniziale (verde), e quelle corrispondenti ai settori nord (rosso) e sud (azzurro) della volta.

Dall'esame dei grafi sopra indicati risulta evidente la radicale differenza di organizzazione delle giornate. Il settore sud è stato realizzato dal Brill procedendo in successione e in maniera pressoché bustrofedica dalla campata centrale verso la parete sud. Al contrario il settore nord mostra una struttura simmetrica che corrisponde alla scelta di eseguire prima tutte le unghie e, successivamente, la volta.

Fig. 34 - Grafo basato sul raggruppamento in settori corrispondenti alle unità geometriche in cui si articola la volta escludendo gli otto pennacchi eseguiti dal Reni nell'ultima fase del cantiere

ABSTRACT

The analysis of the execution of the giornate and their graphic plotting has for some time now been part of the documentation for a correct conservation intervention on frescoes. The information that can be obtained, often obvious and not significant for smaller frescoes, can be quite important when the pictorial decoration is complex. The reconstruction of a sort of internal chronology can be useful when making a comparison with documentary data and stylistic interpretations. It is also true that in the case of complex fresco decoration, there is a greater need to be able to demonstrate the order in which the painting was executed. This is important both from the scientific control to have a coherent plotting of the work, as well as the need to develop a system for data processing and elaborations. In this article, the mathematical formalization of the problem is proposed in detail. This formalization has led to the modelling and the consequent development of software for the personal computer able to elaborate the relative sequence of the giornate. In addition, a proposal is made for the representation of the actual sequence of the giornate. The system software for the analysis of the giornate of a fresco is based on a mathematical model that considers on one hand the giornate and on the other the particular relationship between them, defined by the time sequence during the execution. The mathematical model which best lends itself to this type of situation (ie. a piece a data and the realization of a relationship between its elements) is that of a graph. In particular, in light of the characteristics of the relationship identified within the whole of the giornate, reference is made to: direct acyclic graphs (dag). The modelling of the giornate of a fresco using dag is meant to represent the time sequence in the realization of the fresco. It is not meant to show the opposite, that is, to represent the form and the position of the giornate. Therefore the software system used for the model is only capable of giving information about the time sequence in the realization of the different giornate. The information that one can get from such a model is nevertheless quite extensive and interesting. In addition to providing a timely sequence the system can:

- identify eventual errors in the indication of the direction of the joins between the giornate, for example, using the presence of a loop in the graph representation;
- simulate and elaborate the various possible interpretations, in the case where information is lacking on the direction of some of the joins;
- improve the legibility of the entire sequence of the giornate, grouping together the sub-sequences of the selected giornate (clustering). Variants in the system, cycles and loops in the sequence and clustering of the sequence information is examined. Examples of the running of the program are given by means of analysis of the painted work on canvas by Piet Mondrian "New York City III" and an analysis of the Rospigliosi Pallavicini loggia frescoes by Paul Bril and Guido Reni.

Bibliografia

[1] M. Bottoni, M. Cordaro, M. C. Gaetani, B. Provinciali, Sviluppo di un sistema sperimentale per l'analisi dinamica delle fasi di esecuzione di affreschi. *Finalità e fasi del progetto*. 2ª conferenza internazionale sulle prove non distruttive, metodi microanalitici e indagini ambientali per lo studio e la conservazione delle opere d'arte, Perugia 17-20 aprile 1988, I/13.1-15.

[2] G. Ausiello, A. Marchetti Spaccamela, M. Protasi, Teoria e progetto di algoritmi fondamentali, Franco Angeli, Milano, 1988.

[3] C. Batini, L. Carlucci Aiello, M. Lenzerini, A. Marchetti Spaccamela, A. Miola, *Fondamenti di programmazione dei calcolatori elettronici*, Franco Angeli, Milano, 1992.

[4] C. Bertorello, *La tecnica della pittura di Beato Angelico e Luca Signorelli*, in *La Cappella Nova o di San Brizio nel Duomo*

di Orvieto, a cura di Giusi Testa, Milano, Rizzoli (1996) pp. 327-348.

[5] M. Seuphor, *Piet Mondrian. Sa vie, son oeuvre*, Parigi 1956, edizione rivista e accresciuta nel 1970.

[6] A. Negro, *Il giardino dipinto del Cardinal Borghese. Paolo Bril e Guido Reni nel Palazzo Rospigliosi Pallavicini a Roma*. Argos, Roma, 1996.

[7] G. Martellotti, Note sulla tecnica esecutiva, in A. Negro, *Il giardino dipinto del Cardinal Borghese. Paolo Bril e Guido Reni nel Palazzo Rospigliosi Pallavicini a Roma*. Argos, Roma, 1996, pp. 135-138.

Note

¹ Per considerazioni concernenti la tecnica di esecuzione e le giornate in generale si rimanda a quanto pubblicato nel recente restauro [4]; un'analisi più dettagliata della dinamica delle giornate sarà oggetto di una prossima pubblicazione.

² Per radice si intende quindi una giornata che, non sovrappoendosi a nessun'altra, può considerarsi appunto iniziale; per foglia una giornata a cui nessun'altra si sovrappone e può quindi considerarsi terminale. Nel seguito con il termine percorso si intende un cammino orientato, ossia un collegamento attraverso il quale è possibile partendo da un nodo raggiungere un altro seguendo le frecce che stabiliscono la successione tra le diverse giornate che lo costituiscono.

³ Il restauro, diretto dalla Dott.ssa Angela Negro della Soprintendenza ai Beni Artistici e Storici di Roma ed eseguito dalla C.B.C. Conservazione Beni Culturali, è stato finanziato dalla Germina Campus. Per quanto concerne le notizie storico-critiche si rimanda al volume riportato in bibliografia [6].

⁴ Si ricorda che la numerazione progressiva è stata scelta unicamente per contrassegnare ogni singola giornata: si è partiti dalla campata adiacente la

parete sud e si è andati verso il lato opposto.

⁵ Vale forse la pena di sottolineare che questi due pennacchi contrastano anche con la norma più generale che vuole per ovvi motivi che la stesura degli intonaci proceda dall'alto verso il basso in tutte le superfici tendenti alla verticalità.

⁶ Per quanto concerne alcune differenze tecniche nella stesura e nell'organizzazione di questi due pennacchi rispetto agli altri otto eseguiti dal Reni si rimanda al contributo specifico citato in bibliografia [7]. In questa sede si sottolinea comunque che la scelta di rendere indipendente il lavoro dei due artisti ha comportato un'indubbia perdita di integrazione del putti alla pergola, perdita evidentemente più che compensata dalla semplificazione che ne derivava.

⁷ I settori V_0 e V_5 si riferiscono a piccole porzioni in prossimità delle due pareti brevi.

KERMES 28

Nella bibliografia dell'articolo *Alcuni esempi di applicazione della termografia ad alta risoluzione* è stata erroneamente omessa la citazione dell'importante studio di M. FERRETTI, V. CAGNETTI, *Le indagini termografiche ad alta risoluzione*, in *La Chimera di Arezzo*, Editrice «Il Torchio», Firenze 1992.